

Del tot al no-res: divulgant el pensament borrós a partir d'una exposició al Museu de Matemàtiques

Queralt Viladevall

Estudiant del doctorat en Educació de la UdG
i professora de Multimèdia a la UOC
qviladevall@uoc.edu

Àngel Alsina

Formador de mestres i catedràtic de Didàctica
de les Matemàtiques a la Universitat de Girona
angel.alsina@udg.edu

Joan Carles Ferrer Comalat

Professor de Matemàtiques de la UdG i
màster en Didàctica de les Matemàtiques
joancarles.ferrer@udg.edu

Resum

Aquest article presenta els resultats de l'aprenentatge no formal generats en una exposició al Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) al voltant dels principals quantificadors i el pensament borrós. S'infereix que les exposicions de contingut matemàtic fomenten aquest tipus d'aprenentatge matemàtic, i per tant, se'n desprèn la importància de poder comptar amb espais que promoguin activitats d'aquesta mena, com ara el Museu de Matemàtiques.

Abstract

This paper presents the non-formal learning generated by an exhibition at the Museum of Mathematics of Catalonia. The topic was the relationship between quantifiers and fuzzy thinking. It is inferred that exhibitions of mathematical content encourage this type of mathematical learning, and therefore that it is important to have places that promote this type of activity, such as the Museum of Mathematics.

1. Introducció

El poc, molt o res (o cap) són quantificadors que s'utilitzen per designar quantitats indefinides relacionades amb la numeració, els quals poden ser introduïts a l'escola des d'edats primerenques (Canals, 1992). Per aquest motiu, no se'ns ha de fer estrany trobar tasques a partir de recursos gràfics (fitxes clàssiques) com les de les figures 1, 2 i 3, que permeten treballar el significat d'aquests quantificadors a l'aula.



Figura 1. Tasca d'encerclar la solució.



Figura 2. Tasca d'introduir text en caselles.



Figura 3. Tasca d'unir amb fletxes.

Tanmateix, en els quaderns i llibres de text de matemàtiques d'infantil o primària difícilment es proposen tasques similars per treballar els *poc*, *bastant* o *gens* relacionats amb la idea de graduació d'una qualitat, tot i que Canals (1992) exposa que a partir dels cinc anys els menors tenen la capacitat ben desenvolupada d'ordenar elements d'un conjunt segons la parcialitat de la propietat que el defineix. Addicionalment, cal tenir present també que els currículums oficials actuals d'infantil i primària (MEFP, 2022a; MEFP, 2022b) dediquen escassa atenció a la graduació i es continuen centrant a desenvolupar el pensament segons la lògica binària i la teoria de conjunts clàssica. En un futur proper, gràcies en bona mesura a l'impuls del moviment social de sexe no binari (Wilchins, 2007; Wilchins *et al.*, 2020), aquesta tendència podria canviar, i ho podria fer seguint la proposta d'acceptar noves idees genèriques (Vendrell, 2009), de la mà de la teoria dels conjunts borrosos (Zadeh, 1965), que accepta que els elements d'un conjunt hi poden pertànyer parcialment.

Considerant aquests antecedents, la finalitat de l'article és presentar i analitzar una exposició temporal al Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) que pretén divulgar els conjunts borrosos com un coneixement rellevant que de mica en mica s'ha d'anar introduint en el currículum de matemàtiques si es vol trencar la visió binària de la realitat. Així, en la primera part es fonamenten teòricament els conjunts borrosos; en la segona es presenten les obres de l'exposició temporal *Del tot al no-res*; i, finalment, en la tercera, s'exposen els resultats esperats i els no esperats a partir d'aquesta exposició.

2. Els conjunts borrosos

Formalment, els conjunts borrosos es representen matemàticament amb una expressió que identifica cada element de l'univers amb el grau de pertinença al conjunt.

$$\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)), (x_3, \mu_{\tilde{A}}(x_3)), \dots\}$$

Quan s'accepta la parcialitat de pertinença, els nombres $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ poden ser valors reals entre 0 i 1. El barret en $\tilde{A}$ identifica els valors $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ com a possibles nombres entre 0 i 1, tots dos inclosos.

En la figura 4 es representa visualment un conjunt borrós. A partir d'una selecció d'imatges del conjunt univers, els x_i del conjunt, es fixa per a cadascun d'aquests elements un grau de veritat del predicat «ser granota» i que representaria els nombres $\mu_{\tilde{A}}(x_i)$ definits anteriorment.

A més de l'estudi de com trobar un possible grau de veritat per a cada element, hi ha mol·tíssims altres temes d'estudi relacionats amb aquesta teoria, com per exemple les múltiples alternatives que se'ns presenten quan es tracta de definir el complementari, la unió i la intersecció de conjunts borrosos. Les més habituals solen ser les definides per Zadeh (1965):

$$\begin{aligned}\tilde{A}' &= \{(x_i, \mu_{\tilde{A}'}(x_i))\} \quad \text{amb} \quad \mu_{\tilde{A}'}(x_i) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x_i) \\ \tilde{A} \cup \tilde{B} &= \{(x_i, \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x_i))\} \quad \text{amb} \quad \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x_i) = \text{màxim}(\mu_{\tilde{A}}(x_i), \mu_{\tilde{B}}(x_i)) \\ \tilde{A} \cap \tilde{B} &= \{(x_i, \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x_i))\} \quad \text{amb} \quad \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x_i) = \text{mínim}(\mu_{\tilde{A}}(x_i), \mu_{\tilde{B}}(x_i))\end{aligned}$$

				
1	0	0	0	0
				
0	0,5	0,25	0	0,75
			...	
0	0	0		

Figura 4. El conjunt borrós *Ser granota*.

Tenint en compte aquests antecedents, ja s'ha iniciat un debat en àmbits educatius sobre la introducció dels conjunts borrosos i la seva teoria associada en el currículum formal (Blanco *et al.*, 2016; Trillas i García-Honrado, 2019; Viladevall *et al.*, 2023a).

La nostra aportació en aquest debat, fruit de les investigacions en el marc d'una tesi doctoral en curs, és la d'introduir a les primeres etapes educatives el tema del grau de pertinença conjuntament amb els adverbis de quantitat, és a dir, els quantificadors. Aquesta idea permetria, per exemple, no haver de treballar amb nombres entre 0 i 1 o entre cap escala homomòrfica tipus 0 a 100. La proposta és coherent amb el fet que en la investigació amb teoria de conjunts borrosos és permès que en experiments de determinació de graus s'utilitzin termes lingüístics per establir els valors numèrics dels graus (Kaufmann i Aluja, 1988; Alsina, C. i Trillas, 1991).

Sobre aquesta possible transformació curricular, de moment el que ja es pot afirmar és que, a mesura que el nen creix, el seu raonament lògic traspasa el binarisme i comença a percebre que és el gris, i no el blanc o el negre, el que pot ser més ajustat quan es tracta de descriure moltes de les situacions que l'envolten. També sabem que, amb uns anys més, el menor arriba a tenir prou coneixements per aplicar de la manera correcta tot de termes de graduació qualitativa a multitud de situacions quotidianes. Aleshores, ens preguntem: de quina manera els nens adquireixen aquest aprenentatge?

Baroody (1987) explica que els infants comencen a construir aquest coneixement en un entorn informal, no escolar, a partir de les interaccions amb el medi físic i social, on es presenten escenaris com els jocs, els contes o les exposicions, els quals generen aprenentatges d'una manera natural i espontània. Autors com Alsina, À (2015), Alsina, À. *et al.* (2023), Geist (2014) o Clements i Sarama (2015), entre d'altres, han explicat aquests coneixements emergents de naturalesa intuïtiva i informal.

L'experiència que presentem mostra un cas particular d'aprenentatge no formal ofert en un context d'exposició al Museu de Matemàtiques de Catalunya.

3. L'exposició temporal *Del tot al no-res*

L'exposició temporal *Del tot al no-res* es va originar a partir de la proposta de la Unitat de Matemàtiques de la Universitat de Girona. Aquesta exposició va ser anunciada en el web de la Setmana de la Ciència 2021 i seguia la idea de popularitzar el pensament borrós, tal com s'havia fet en les exposicions *Fuzzy Art*, exhibida en el Museu de la Ciència CosmoCaixa (Viladevall, 2018) i *L'increïble enginy dels animals* (Viladevall, 2020), que ha estat exposada en diverses biblioteques públiques municipals.

Als jardins de la que actualment és la seu principal del MMACA (Imatge 1) es van mostrar deu obres de creació pròpia per part de la primera autora de l'article (Queralt Viladevall), les quals tenien per objectiu mostrar deu situacions quotidianes on es passava del tot al no-res.



Imatge 1. Obres de l'exposició.

El cartell de l'exposició que acompanyava les obres (figura 5) presentava una ampliació de l'obra *Glaçons*, feta amb la finalitat que el visitant pogués copsar que les obres es podien ampliar amb molts més elements intermedis.



Figura 5. Cartell de l'exposició.

La inauguració de l'exposició es va acompanyar amb un taller de creació d'un zoòtrop. Més d'un centenar de persones hi van participar. En una tira de paper, calia dibuixar els diversos estadis d'un ull obrint-se i tancant-se, decorar l'exterior del zoòtrop i enganxar-ne les parts, que acabaven formant aquesta joguina òptica inventada per William George Horner (imatge 2).



Imatge 2. El taller.

La tira del zoòtrop (figura 6) era un primer exemple que permetia reflexionar sobre el concepte de graduació, ja que contenia una seqüència d'un ull obrint-se i tancant-se, i permetia també treballar com expressar amb paraules l'evolució del procés: ull no obert, ull una mica obert, ull més obert que l'anterior, ull gairebé obert del tot o ull completament obert.

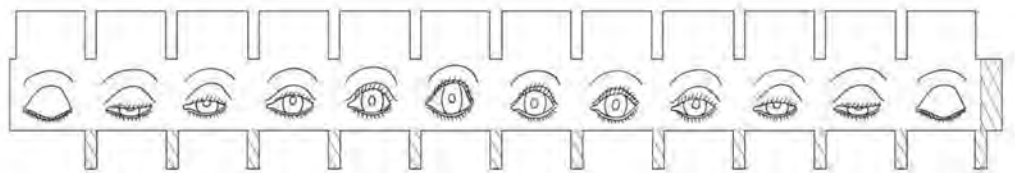


Figura 6. Seqüència d'un ull obrint-se i tancant-se.

En l'àmbit científic, cadascuna de les obres tenia relació amb el pensament borrós, el qual permet deixar de pensar en termes de veritat o falsedat absolutes i classificar les situacions en una escala qualitativa de graus entre les dues possibilitats.

En la vida real trobem multitud de situacions que són molt difícils o impossibles de classificar en un conjunt, com per exemple distribuir un conjunt de fruites en grups de madures o no madures; classificar tots els moments de la posta de sol en dia o nit; o, fins i tot, classificar els instants d'existència d'un ésser considerant-lo viu o mort.

I és que, en uns contextos determinats, es pot acceptar que les coses poden ser al mateix temps en un cert grau i no ser en un altre grau. L'exposició pretenia ser un petit recull d'aquestes situacions amb l'objectiu subjacent de fer reflexionar el visitant sobre els problemes que ocasiona voler-ho classificar tot binàriament.

A continuació, es presenten detalladament cadascuna de les deu situacions i les obres actuals dissenyades específicament per il·lustrar-les. Amb elles, és fàcil introduir en un públic adult les idees presents als supòsits de la teoria de conjunts borrosos, com ara la no existència de la paradoxa sorites (situacions 3.3. i 3.4) o la subjectivitat de la determinació dels valors del grau de pertinença al conjunt.

Prèviament, cal dir que avui dia i en alguns àmbits es considera que una exposició, més que explicar, ha de despertar preguntes en el visitant (Wagensberg, 2000). Aquesta idea és la que ens va guiar a presentar al visitant les dues primeres obres abans d'entrar en explicacions de caràcter matemàtic.

Esperàvem que el visitant, amb aquestes dos primers exemples de situacions reals molt conegudes per a tothom, hi tornés tard o d'hora per preguntar-se quina relació tenien amb la resta de l'exposició.

3.1. Primera situació. Capgròs



Figura 7. Obra *Capgròs*, de Queralt Viladevall.

En la figura 7 es poden observar diferents estats de la metamorfosi de capgròs a granota: les cinc situacions presents, d'esquerra a dreta, es poden etiquetar com a capgròs, capgròs amb dues potes, capgròs amb cos de granota o granota amb cua llarga, granota amb cua curta i granota.

3.2. Segona situació. Glaçons



Figura 8. Obra *Glaçons*, de Queralt Viladevall.

L'obra *Glaçons* (figura 8) mostra el desglaç d'uns cubs de gel perfectes. Ja en la segona imatge, s'observa que les cares i les arestes han perdut una mica la forma, i a mesura que l'aigua dels glaçons passa de sòlida a líquida la deformació va a més i més.

El pas de sòlid a líquid és una segona situació icònica coneguda per grans i petits des de sempre. No hi solem reflexionar, però en les situacions intermèdies hi ha una part sòlida i una part líquida a la vegada. Per tant, tenim un segon bon exemple de context real en el qual és acceptable afirmar amb pensament borrós que les coses poden ser i no ser en un cert grau.

3.3. Tercera situació. Del munt al no munt



Figura 9. Obra *Del munt al no munt*, de Queralt Viladevall.

Aquesta obra tenia per objectiu presentar formalment el que es coneix com a paradoxa sorites o paradoxa del munt.

La pregunta que aquesta paradoxa planteja és la següent: en quin moment un munt de sorra deixa de ser un munt quan en traiem granets? (figura 9) Si tenim un munt de sorra i en traiem un granet, seguirem tenint un munt. Això sembla inqüestionable. Per tant, un munt de sorra menys un granet és també un munt de sorra. El problema sorgeix en pensar que això és contradictori amb el fet que si anem traient un granet darrere l'altre tard o d'hora ens quedarem amb només un o dos granets, i ningú consideraria que un o dos granets formen un munt de sorra.

En pensament binari, on les situacions només es poden classificar com a veritat o mentida, s'espera que si es passa de veritat a mentida de manera seguida, en algun moment s'ha de passar de mentida a veritat. Aleshores, té sentit intentar trobar la resposta a quin és el moment exacte en què es deixa de tenir un munt.

3.4. Quarta situació. De la poma a la no poma

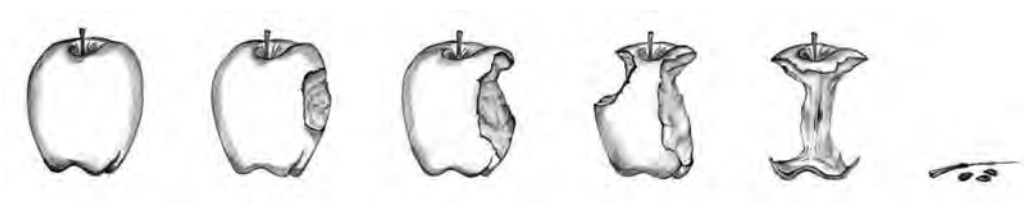


Figura 10. Obra *De la poma a la no poma*, de Queralt Viladevall.

La paradoxa sorites apareix en moltes situacions on hi ha una disminució gradual d'un objecte. Per exemple, si ens anem menjant una poma a poc a poc, en quin moment deixem de poder considerar que és una poma?

El matemàtic Bart Kosko va ser el primer a comentar, en el seu llibre *Pensament borrós* (Kosko, 1995), que en aquest pensament, el qual accepta que el grau de pertinença d'un objecte a un conjunt pot ser un valor entre el 0 % i el 100 %, no es produeix aquesta paradoxa atès que simplement s'accepta que a cada mossegada tenim menys poma, però que sempre es pot veure com a poma en un grau o en un altre.

L'obra de la figura 10 correspon a una visualització d'aquesta idea: en la primera imatge tenim poma al 100 %; en la segona, aproximadament al 95 %; en la tercera, al 60 %; en la quarta, al 35 %; en la penúltima, al 8 %; en la darrera a l'1 %; i si ens mengéssim també les llavors i la cua tindríem poma al 0 %. Kosko dedueix que en acceptar el grau de pertinença entre un 100 % fins a un 0 % sempre podem dir que tenim poma, encara que sigui en molt poc grau o en un grau igual a zero. Aleshores, si sempre tenim poma, no té sentit que ens preguntem quan deixem de tenir-ne.

3.5. Cinquena situació. Alegria



Figura 11. Obra *Alegria*, de Queralt Viladevall.

L'obra de la figura 11 pretén mostrar que hi ha multitud de situacions que es poden graduar entre el 100 % i el 0 %; en aquest cas, hem triat l'alegria. A més, pretenia obrir la reflexió que no estar alegre no implica haver d'estar enfadat.

El problema de confondre la negació de les afirmacions amb les afirmacions contradictòries (Linares *et al.*, 2018) produeix errors, com per exemple a l'hora de construir correctament les escales de Likert, que són unes escales de qualificació per graduar el grau d'acord o desacord amb algun tema o alguna característica (Viladevall *et al.*, 2023b).

Cal tenir present que, a través dels gestos de la cara i del cos, transmetem una gran quantitat d'informació que mostra les emocions que sentim. De fet, en l'ésser humà podem identificar set emocions bàsiques que es transmeten a través de l'expressió facial: l'alegria, la tristesa, la por, l'enuig, el fàstic, el menyspreu i la sorpresa, sentiments molt subjectius i personals.

El riure és la manifestació externa humana de l'emoció d'alegria. Es compon bàsicament d'una expressió facial acompanyada d'un so discontinu. Si no hi ha so, es parla de somriure. La seva expressió màxima es coneix com a gran riallada.

Somriure, riure o gran riallada expressen, doncs, diferents graus d'intensitat del mateix estat emocional. El somriure suposa el grau més lleu, és d'àmbit més local, i sol manifestar més sovint emocions de satisfacció i bons desitjos. El riure, a diferència del somriure, té volum sonor, és públic i notori, i pot implicar tot el cos. De fet, en català i en molts altres idiomes, la

paraula *somriure* ve de *son-* i *riure*, on *son-* és un prefix que prové de la forma llatina *sub-*, que significa «per sota», i que mostra la graduació de l'emoció.

3.6. Sisena situació. Plenitud



Figura 12. Obra *Plenitud*, de Queralt Viladevall.

L'obra que es mostra en la figura 12, a banda que segueix presentant exemples quotidians on es passa del tot al res gradualment, pretenia plantejar el que s'anomena vaguetat de les paraules i que, a causa d'aquesta vaguetat, pot esdevenir complicat decidir en quin moment assignem el 100 % o el 0 % a una situació i, per tant, cal admetre una certa arbitrarietat en aquesta assignació.

Quan demanem que ens omplin un got d'aigua, normalment no esperem que ens l'omplin com a la primera de les imatges. De fet, ja considerem el got ple en una situació com la que mostra la segona imatge.

De la mateixa manera, en la penúltima o darrera imatge es podria considerar que el got és buit, malgrat que encara hi quedi un cul d'aigua.

3.7. Setena situació. Vellesa



Figura 13. Obra *Vellesa*, de Queralt Viladevall.

En aquesta obra (figura 13), amb una possible graduació del 100 % al 0 %, es reflexiona també sobre l'ús de les paraules.

Quan diem que una persona és vella, no tenim una edat exacta al cap, però no hi ha dubte que una persona d'aspecte com la de la primera imatge es pot considerar vella. Si estem a prop dels 50 considerarem que la segona de les imatges representa una persona propera a la vellesa però que encara conserva joventut. Ara bé, des del punt de vista d'una persona jove de 15 anys, tots els que passen de 40 o 50 ja són vells.

Així, aquesta obra mostra que persones diferents poden tenir percentatges d'acceptació diferents i, per tant, presenta la idea que l'assignació de la graduació pot ser una assignació subjectiva relacionada amb el món real que ens envolta.

3.8. Vuitena situació. Vent fort

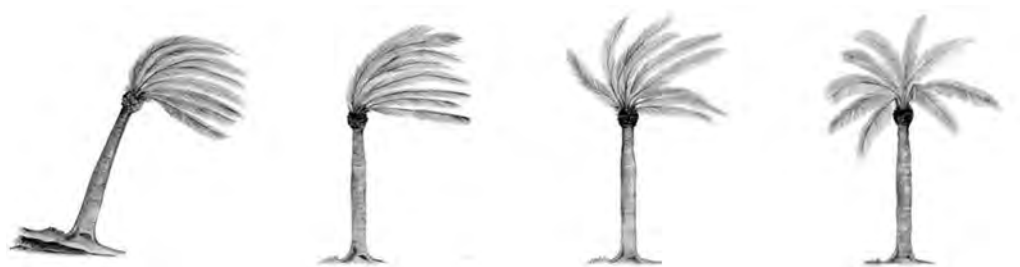


Figura 14. Obra *Vent Fort*, de Queralt Viladevall.

L'obra que es mostra en la figura 14 serveix per introduir la classificació de situacions segons l'expressió «fa un vent fort». Científicament, segons l'escala de la força del vent, es considera vent fort el que bufa a més de 39 km/h, velocitat en la qual ja tenim problemes per mantenir un paraigua obert.

Ara imaginem que el vent bufa a 38,999999 km/hora. Qualsevol persona diria que el vent és fort, però la classificació en pensament binari diria que no, que la situació s'ha de classificar dient que no fa un vent fort encara que sigui incapaç de diferenciar, amb els sentits, aquesta situació de la de 39 km/h.

L'establiment de valors exactes de classificació provoca sovint situacions absurdes com aquesta.

3.9. Novena situació. Nivell de duresa

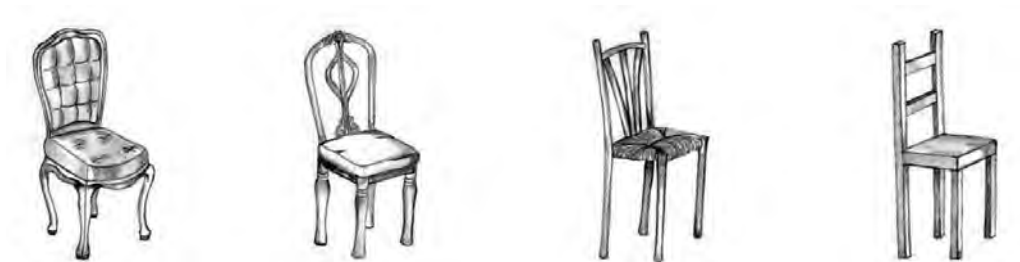


Figura 15. Obra *Nivell de duresa*, de Queralt Viladevall.

L'obra està inspirada en un dels contes amb què els infants aprenen pensament no bivalent: *La Rinxols d'Or*. Aquesta narració conté una gran quantitat d'exemples del fet que no totes les característiques del món real es poden classificar en un es té o no es té (Viladevall *et al.*, 2023a). Així, la Rinxols d'or troba un plat de sopa massa calenta, un plat de sopa gens calenta i un plat de sopa en el seu punt ideal; una cadira massa tova, una de massa dura i una amb el seient d'una duresa justa (figura 15); un llit molt alt, un llit poc alt i un llit a l'alçada que considera ideal...

El conte ens porta a la reflexió de com, de manera informal, és a dir, fora de l'escola, a poc a poc anem aprenent que la vida té molts tons de gris i que les coses no són sempre blanques o negres.

3.10. Desena situació. Forma circular

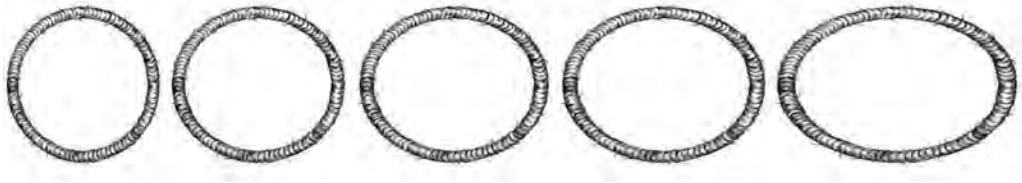


Figura 16. Obra *Forma circular*, de Queralt Viladevall.

Aquesta obra (figura 16) tancava l'exposició i estava inspirada en els treballs de Natalia R. Shenger-Krestovnikova, una estudiant de doctorat d'Ivan Pàvlov que va descobrir un fet sorprenent relacionat amb la classificació binària.

Ivan Pàvlov va ser professor de Fisiologia en l'Acadèmia Mèdica Imperial i director del Departament de Fisiologia de l'Institut de Medicina Experimental de Sant Petersburg, i va formular el que es va anomenar «condicionament clàssic», que es basa en l'estudi sobre com és possible provocar unes respostes determinades a partir d'uns estímuls prèviament neutres. A tall d'exemple, és molt conegut l'experiment consistent a fer sonar un metrònom (popularment es creu que es va utilitzar una campana) just abans de donar aliment a un gos. Es va arribar a observar que, quan el gos tenia gana, començava a salivar en el mateix instant que sentia el so del metrònom.

L'alumna de Pàvlov, Shenger-Krestovnikova, també treballava amb cans, condicionant-los amb cercles i el·lipses. Quan el gos veia un cercle sabia que li donarien menjar, però si la figura es corresponia amb una el·lipse, l'animal no rebia aliment. D'acord amb els processos normals de discriminació, el gos va aprendre a salivar quan veia el cercle i a no salivar quan veia l'el·lipse.

Després d'aquest condicionament, Shenger-Krestovnikova va seguir l'experiment presentant a l'animal el·lipses bastant circulars, de manera que era difícil determinar quan hi hauria menjar i quan no. En un d'aquests experiments, en el moment que l'el·lipse va adoptar una forma molt circular, alguns dels gossos van mostrar sobtadament un comportament força estrany: udolaven, gemegaven, presentaven conductes destructives... La situació d'extrema incertesa va ser massa estressant en algun cas. Pàvlov va anomenar aquest fenomen «neurosi experimental» i va plantejar la hipòtesi que les neurosis humanes es podrien desenvolupar d'una manera semblant. El dubte patològic d'un subjecte sobre l'estat de neteja de les seves mans és un típic exemple de neurosi humana (Laín, 1984). El pensament borrós pot ajudar a evitar l'aparició d'aquestes neurosis (Linares *et al.*, 2020) i, per tant, es pot justificar la inclusió del seu estudi en el currículum.

4. Resultats esperats, no esperats i conclusions

Amb l'exposició s'esperava oferir la possibilitat de comprendre diversos punts de la teoria de conjunts borrosos (Zadeh, 1965).

En primer lloc, s'esperava que el visitant adult pogués arribar a comprendre que la teoria de conjunts borrosos accepta que els elements d'un conjunt poden pertànyer en un grau

determinat al conjunt segons si es compleix parcialment el predicat que determina el conjunt per comprensió. És a dir, s'esperava que el visitant compregués que l'oració ««S» és «P»» es pot complir en un grau de veritat entre 1 (el subjecte «S» compleix sense cap dubte la propietat «P») i 0 (si el subjecte «S» no compleix per res la propietat «P»).

En segon lloc, s'esperava que el visitant adult pogués comprendre que la teoria de conjunts borrosos permet modelar de manera continuada transformacions de l'entorn. L'obra de la metamorfosi de capgròs a granota o la del desglaç d'uns cubs de gel amb la seva ampliació al cartell d'inici de l'exposició tenien aquesta intenció.

En tercer lloc, s'esperava que el visitant adult es pogués adonar que en la teoria de conjunts borrosos no hi ha cap necessitat d'haver de decidir en un cas dubtós entre dos conjunts complementaris. Això ho esperàvem aconseguir amb la del munt de sorra mostrant que no tenim problemes a trobar un element que estigui al mig. El que tingui assignat un valor 0,5 compleix aquesta condició.

En quart lloc, s'esperava que el visitant adult pogués comprendre que un element pot pertànyer a dos conjunts oposats sense problemes, al contrari del que passa en la teoria de conjunts clàssica. En el cas d'una el·lipse molt propera a un cercle, podem pensar que és un cercle amb grau molt proper a 1 i a la vegada no ho és i, per tant, pot ser també el·lipse.

I, en darrer lloc, s'esperava que el visitant adult pogués veure que en la teoria de conjunts borrosos sempre hi ha lloc per a la subjectivitat personal. Des de la perspectiva d'un infant, una persona d'1,70 m d'alçada pot ser alta, però un jugador de bàsquet d'1,95 m la pot considerar baixa. L'obra *Vellesa* tenia aquest propòsit.

Les preguntes i les reflexions al voltant de les obres que ens anaven arribant del públic adult assistent ens van confirmar que l'objectiu esperat de la part d'aprenentatge no formal podia ser assolit.

Com a millora per a futures exposicions, comentar que en lloc d'afegir text explicatiu a sota de les obres es va posar un codi QR que adreçava a un àudio. Pensem que hauria estat molt més eficient incloure també un text a sota de cada obra, ja que no tothom tenia ganes o possibilitats d'escoltar els àudios. Un text amb diverses mides de lletra, la més gran com a explicació molt per sobre per despertar curiositat i una de més petita amb l'explicació detallada seria el que va faltar per millorar l'experiència dels visitants al voltant de la part d'aprenentatge esperat.

Amb l'exposició, el que no s'havia previst era veure explícitament desenes de casos de transmissió matemàtica no formal relacionats amb paraules que expressen graduació d'una qualitat. Sincerament, no ens havíem imaginat que les obres portarien a desenes i desenes de pares a explicar les diferents parts als seus fills amb quantificadors com «poc», «una mica», «molt», «bastant»... La gran quantitat de casos observats ens va fer adonar que, a partir dels pares, l'aprenentatge no formal dels adverbis de quantitat per designar graduacions de propietats és actualment una font principal d'aprenentatge.

Cal comentar que, en aquest sentit, potser va ser un encert no afegir els textos que dèiem, ja que els pares es van sentir completament lliures per explicar el que volien als seus fills. Potser

les explicacions haurien generat un altre debat al voltant de l'aprenentatge esperat i no ens hauríem adonat mai d'aquest segon aprenentatge no formal.

Les conclusions que es poden extreure d'aquesta experiència és que les exposicions de contingut matemàtic poden fomentar l'aprenentatge no formal matemàtic molt més enllà del que ens pensem. Com que l'aprenentatge no formal matemàtic és essencial per dominar les matemàtiques formals que s'aprenen a l'escola (Alsina, 2015), podem inferir que un Museu de Matemàtiques és un regal per a tots els nens que hi poden anar.

En aquest sentit, és un privilegi tenir a Catalunya un Museu de les Matemàtiques, i encoratgem a seguir treballant per tal que les seves exposicions i activitats arribin a tantes persones com sigui possible.

Referències

- [1] Alsina, À. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Narcea.
- [2] Alsina, À., Borràs, L., Doblado, R. i Grauvilardell, L. (2023). «Evaluación de las matemáticas emergentes de 0 a 3 años». *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 12(1), 53-80.
- [3] Alsina, C. i Trillas, E. (1991). «Fuzzy sets and mathematics education». *For the Learning of Mathematics*, 11(3), 16-19.
- [4] Baroody, A. J. (1987). *Children's Mathematical Thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Teachers College Press.
- [5] Blanco-Fernández, Á., Díaz-Díaz, P., García-Honrado, I., Ramos-Guajardo, A. B. i Rodríguez-Muñiz, L. J. (2016). «A proposal for assessing imprecise concepts in Spanish primary and secondary schools». *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 24, 71-91.
- [6] Canals, M. A. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola: 1. Parvulari*. Eumo.
- [7] Clements, H. D. i Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad*. Learning Tools LLC.
- [8] Geist, E. (2014). *Children are born mathematicians: supporting mathematical development, birth to age 8*. Pearson.
- [9] Kaufmann, A. i Gil-Aluja, J. (1988). *Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Milla-doiro.
- [10] Kosko, B. (1995). *Pensamiento borroso: La nueva ciencia de la lógica borrosa*. Crítica.
- [11] Laín Entralgo, P. (1984). *Antropología médica para clínicos*. Salvat.
- [12] Linares-Mustarós, S., Viladevall, Q., Llacay-Pintat, T. i Ferrer-Comalat, J. C. (2018). «Una introducción a las ideas fundamentales de la lógica borrosa a través del arte». *Cuadernos del CIMBAGE*, 1(20), 133-156.
- [13] Linares-Mustarós, S., Viladevall, Q. i Ferrer-Comalat, J. C. (2020). «La clasificación en la teoría de conjuntos borrosos». A Edunovatic (ed.), *Conference Proceedings: 5th Virtual International Conference on Education, Innovation and ICT* (p. 653-654). REDINE (Red de Investigación e Innovación Educativa).
- [14] Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022a). Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil. BOE.

- [15] Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022b). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. BOE.
- [16] Trillas, E. i García-Honrado, I. (2019). «La transversalidad de la 'lógica' borrosa, ¿una oportunidad pedagógica?». *Cuadernos del CIMBAGE*, 2(21), 201-217.
- [17] Vendrell Ferré, J. (2009). «¿Corregir el cuerpo o cambiar el sistema? La transexualidad ante el orden de género». *Sociológica (México)*, 24(69), 61-78.
- [18] Viladevall, Q., Linares-Mustarós i S. Ferrer-Comalat, J. C. (2015). «Fuzzy Sets». A J. C. Ferrer-Comalat, S. Linares-Mustarós i Corominas Coll, D. (eds.), *New Techniques for Decision Making under Uncertainty*. Servei de publicacions de la Universitat de Girona.
- [19] Viladevall, Q., Linares-Mustarós, S. i Ferrer-Comalat, J. C. (2020). *L'increïble enginy dels animals. Catàleg de la mostra expositiva*. Servei de Publicacions de la Universitat de Girona.
- [20] Viladevall, Q., Ferrer-Comalat, J. C. i Alsina, Á. (2023a). «El cuento infantil como herramienta para introducir los conjuntos borrosos en las primeras edades». *Revista Infancia, Educación y Aprendizaje*, 9(1), 53-68.
- [21] Viladevall, Q., Linares-Mustarós, S., Huertas, M. A. i Ferrer-Comalat, J. C. (2023b). «Understanding the Axioms and Assumptions of Logical Mathematical Systems through Raster Images: Application to the Construction of a Likert Scale». *Axioms*, 12(12), 1064.
- [22] Wagensberg, J. (2000). «Principios fundamentales de la museología científica moderna». *Alambique*, 26, 15-19.
- [23] Wilchins, R. (2007). *Burn the Binary!* Riverdale Avenue Books LLC.
- [24] Wilchins, R., Nestle, J., Howell, C., Rivera, S., Wright, S. i Reiss, G. (2020). *GenderQueer-Voices from Beyond the Sexual Binary*. Riverdale Avenue Books LLC.
- [25] Zadeh, L. A. (1965). «Fuzzy sets». *Information and control*, 8(3), 338-353.

.....